

APRIL/MAY 2025

23UMA21 — ANALYTICAL GEOMETRY

ஒரு மாறி விமானம் ஆய அச்சுகளில் குறுக்கீடுகளை செய்கிறது. அதன் சதுரம் நிலையானது மற்றும் K^2 -க்கு சமமான தொகையானது, தோற்றத்திலிருந்து விமானத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ள பாதத்தின் இருப்பிடம் $(x^2 + y^2 + z^2)(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = K^2$ என்பதை நிரூபிக்கிறது.

19. Find the image of the line.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{2} = r \quad \text{in the plane} \quad 2x - y + z + 3 = 0.$$

$$2x - y + z + 3 = 0 \quad \text{விமானத்தில்}$$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{2} = r \quad \text{கோட்டின் படத்தைக் கண்டறியவும்.}$$

20. Find the equation of the sphere which touches the coordinates axes, whose centre lies in the positive octant and has a radius 4.

ஆய அச்சுகளைத் தொடும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும், அதன் மையம் நேர்மறை எண்மத்தில் உள்ளது மற்றும் ஆரம் 4 உள்ளது.

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Write the two straight line equation.

இரண்டு நேர்கோட்டு சமன்பாட்டை எழுதவும்.

2. Write the condition for the general equation of the second degree equation.

இரண்டாம் நிலை சமன்பாட்டின் பொதுவான சமன்பாட்டிற்கான நிபந்தனையை எழுதவும்.

3. Write the form of polar equation of a straight line.

ஒரு நேர்கோட்டின் துருவ சமன்பாட்டின் வடிவத்தை எழுதுங்கள்.

4. State that polar equation of a conic.

ஒரு கூம்பு துருவ சமன்பாடு கூறுக.

5. Define plane.

விமானத்தை வரையறுக்கவும்.

6. Prove that the plane $x + 2y + 2z = 0$, $2x + y - 2z = 0$ are at right angles.

விமானம் $x + 2y + 2z = 0$, $2x + y - 2z = 0$ சரியான கோணத்தில் இருப்பதை நிரூபிக்கவும்.

7. Write the equation of two non-intersecting lines.

குறுக்கிடாத இரண்டு கோடுகளின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

8. Find the equation of the line passing through the point $(3, 2, -6)$ and perpendicular to the plane $3x - y - 2z + 2 = 0$.

$3x - y - 2z + 2 = 0$ விமானத்திற்கு செங்குத்தாக புள்ளி $(3, 2, -6)$ வழியாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the centroid of the triangle formed by the lines given by the equations.

$$12x^2 - 20xy + 7y^2 = 0 \text{ and } 2x - 3y + 4 = 0.$$

$12x^2 - 20xy + 7y^2 = 0$ மற்றும் $2x - 3y + 4 = 0$ சமன்பாடுகளால் கொடுக்கப்பட்ட கோடுகளால் உருவாக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மையபகுதியைக் கண்டறியவும்.

17. Show that the straight line $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ touches the circle $r = 2a \cos \theta$ if $a^2 B^2 + 2a/A = l^2$.

நேர்கோடு $\frac{1}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ ஆனது $a^2 B^2 + 2a/A = l^2$ என்றால் $r = 2a \cos \theta$ வட்டத்தைத் தொடுகிறது என்பதைக் காட்டு.

18. A variable plane makes intercepts on the coordinate axes, the sum of whose square is constant and is equal to K^2 . Prove that the locus of the foot of the perpendicular from the origin to the plane is $(x^2 + y^2 + z^2)(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = K^2$.

- (b) Find the image of the point (2, 3, 5) on the plane $2x + y - z + 2 = 0$.

$2x + y - z + 2 = 0$ விமானத்தில் (2, 3, 5)
புள்ளியின் படத்தைக் கண்டறியவும்.

15. (a) Find the coordinates of the centre and radius of the sphere

$$16x^2 + 16y^2 + 16z^2 - 16x - 8y - 16z - 35 = 0.$$

$$16x^2 + 16y^2 + 16z^2 - 16x - 8y - 16z - 35 = 0$$

கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் ஆகியவற்றின் ஆயங்களைக் கண்டறியவும்.

Or

- (b) Find the equation of the sphere touching the plane $2x + 2y - z = 1$ and concentric with the sphere $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + x + 2y - z = 0$.

$2x + 2y - z = 1$ விமானத்தை தொடும்
கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்
மற்றும் $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + x + 2y - z = 0$
கோளத்துடன் குவியவும்.

9. Write the equation of a sphere.

கோளத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

10. Define radical planes.

தீவிர விமானங்களை வரையறுக்கவும்.



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Prove that one of the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ will bisect an angle between the coordinates axes if $(a + b)^2 = 4h^2$.

$(a + b)^2 = 4h^2$ எனில் $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$
கோடுகளில் ஒன்று ஆய அச்சகளுக்கு இடையே
ஒரு கோணத்தை பிரிக்கும் என்பதை
நிரூபிக்கவும்.

Or

- (b) Show that the pair of straight lines joining the origin to the point of intersection of the straight line $y = mx + c$ and the circle $x^2 + y^2 + a^2$ are at right angles $2c^2 = a^2(1 + m^2)$.

நேர்கோடு $y = mx + c$ மற்றும் செங்கோணங்களின் $2c^2 = a^2(1 + m^2)$ வட்டம் $x^2 + y^2 + a^2$ வளைவின் குறுக்குவெட்டு புள்ளியில் தோற்றத்துடன் இணைகின்ற நேர்கோடுகளின் ஜோடி என்பதை காட்டுக.

12. (a) Find the equation of the straight line joining the two points $P(r_1, \theta_1)$ and $Q(r_2, \theta_2)$.

$P(r_1, \theta_1)$ மற்றும் $Q(r_2, \theta_2)$ ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

Or

- (b) State and prove the polar equation of conic.

கூம்புகளின் துருவ சமன்பாட்டைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

13. (a) Find the equation of the planes which bisect the angle between two given planes.

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விமானங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணங்களை பிளவுபடுத்தும் விமானங்களின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

Or

- (b) Find the equation of the plane passing through the points $(2, 2, 1)$, $(2, 3, 2)$ and $(-1, 3, 1)$.

$(2, 2, 1)$, $(2, 3, 2)$ மற்றும் $(-1, 3, 1)$ புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் விமானத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

- (a) Find the perpendicular distance from the point $(1, 3, -1)$ to the line $\frac{x-13}{5} = \frac{y+8}{-8} = \frac{z-31}{1}$.

புள்ளி $(1, 3, -1)$ இலிருந்து வரி $\frac{x-13}{5} = \frac{y+8}{-8} = \frac{z-31}{1}$ -க்கு செங்குத்தாக உள்ள தூரத்தைக் கண்டறியவும்.

Or